

POTI UFPR  
Nível 3  
Prova de Seleção  
17 de fevereiro de 2024  
Horário: 8h às 11h

Nome: \_\_\_\_\_

Escola: \_\_\_\_\_

Fiscal: \_\_\_\_\_

---

### INSTRUÇÕES

- Escreva seu nome, o nome da sua escola e nome do **FISCAL** (pessoa que está aplicando a prova) nos campos acima.
- Esta prova contém 6 páginas (incluindo esta página de capa) e 20 problemas. Verifique se existe alguma página ou exercício faltando e, em caso afirmativo, peça ao **FISCAL** para trocar sua prova.
- Esta prova é individual e sem consulta a qualquer material.
- O uso de aparelhos eletrônicos, como celular, tablet, notebook e calculadora, não são permitidos no decorrer da prova.
- A duração da prova é de 3 horas.
- Este caderno de questões pode ser usado como rascunho.
- As respostas finais devem ser marcadas **com cuidado** na folha de respostas.
- Após o término, entregue ao **FISCAL** este caderno de questões e a folha de respostas toda preenchida.

**BOA PROVA!**

1. O professor Luizão sempre chama seus alunos de filhos. Mas conforme os anos passam, esses "filhos" começam a ter filhos de verdade. Percebendo que precisava ser um bom "pai" e um bom "avô", o professor Luizão decidiu comprar uma docinha de natal para cada um deles. Sabendo que tem 5 vezes mais "netos" do que "filhos", e que comprou 690 doces, quantos alunos Luizão teve?
- (A) 115 alunos. (C) 140 alunos. (E) 180 alunos.  
(B) 138 alunos. (D) 164 alunos.
2. Um número  $n$  é chamado de número perfeito se a soma de todos seus divisores for  $2n$ . Quantos números perfeitos pares menores que 30 existem?
- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4. (E) 5.
3. O professor Zeca comprou uma nova ampulheta, a fim de controlar o tempo de prova de seus estudantes. Após observar muito de perto, ele percebeu que, ao virar a ampulheta, caiam em média 8 grão de areia por segundo. Sabendo que a prova começa às 13:00 e se encerra às 15:45, e a ampulheta se esgota exatamente com o encerramento da prova, quantos grãos de areia tem a nova ampulheta do professor?
- (A) 77.600 grãos. (C) 79.200 grãos. (E) 81.200 grãos.  
(B) 78.400 grãos. (D) 80.400 grãos.
4. Um grupo de quatro colegas, Samuel, Kaiky, Caio e Luiza, decidiu ir ao cinema. Eles estavam em dúvida se assistiriam Barbie ou Oppenheimer. Ficou acordado o seguinte: Se Samuel assistir Oppenheimer, então Luiza vai assistir Barbie. Se Luiza assistir Barbie, então Kaiky ou Caio assistirão Oppenheimer. Porém, se tanto Kaiky quanto Caio assistiram Barbie, é possível concluir que:
- (A) Luiza assistiu Barbie.  
(B) Kaiky assistiria Oppenheimer, se Samuel tivesse assistido Barbie.  
(C) Samuel e Luiza assistiram Oppenheimer.  
(D) Samuel assistiu Barbie.  
(E) Caio assistiria Oppenheimer, se Luiza assistisse Oppenheimer.
5. O furlong, o rod e a jarda são unidades de medida do sistema imperial inglês. Sabemos que 3 furlongs equivalem à 120 rods, e que 2 rods equivalem à 11 jardas. A partir disso, responda: quantas jardas equivalem à 5 furlongs?
- (A) 1.100 jardas. (C) 1.500 jardas. (E) 1.900 jardas.  
(B) 1.300 jardas. (D) 1.700 jardas.

6. Mahmut faz atividades no Duolingo todos os dias. Suponha que no primeiro dia Mahmut aprendeu apenas uma palavra nova e em todos os outros dias ele aprendeu uma palavra nova a mais que no dia anterior. Em qual dia ele já vai ter aprendido sua centésima palavra nova?

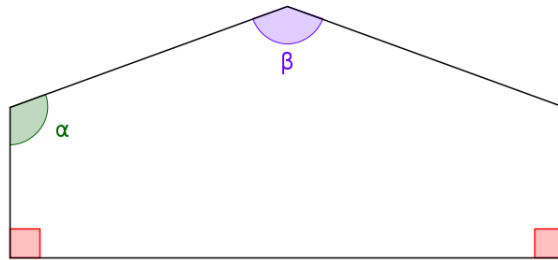
(A) No dia 11.                      (C) No dia 13.                      (E) No dia 15.  
 (B) No dia 12.                      (D) No dia 14.

7. A soma  $S$ , em graus, dos ângulos internos de um polígono qualquer é dada pela fórmula

$$S = 180 \cdot (n - 2)$$

onde  $n$  é o número de lados do polígono.

Sabendo disso, considere o pentágono de base reta, simétrico em relação ao ângulo  $\beta$ , representado abaixo:



Se  $x$  um número real tal que  $\beta = 3x + 18$ , qual é o valor do ângulo  $\alpha$  em termos de  $x$ ?

(A)  $\frac{1}{3}x + 63$                       (C)  $\frac{2}{5}x + 32$                       (E)  $171 - \frac{3}{2}x$   
 (B)  $186 - \frac{7}{2}x$                       (D)  $4x - 86$

8. Sidnei, pretendendo estudar para o simulado do POTI, montou um cronograma de cinco dias (segunda à sexta-feira) em que distribuía sessões de estudo das quatro disciplinas do programa: Combinatória, Teoria de Números, Álgebra e Geometria. Sabendo que Sidnei terá duas sessões de estudo de Combinatória na semana e que só estudará uma disciplina por dia, de quantas maneiras ela pode organizar seu cronograma?

(A) 30.                      (B) 60.                      (C) 90.                      (D) 120.                      (E) 150.

9. Gabriel e Guilherme decidem almoçar juntos em um restaurante novo. O restaurante tinha 3 opções de entrada, 8 pratos principais, 4 sobremesas e 5 opções de suco. Quantas possibilidades de pedidos eles podem fazer sabendo que cada um deles vai pedir uma entrada, um prato principal, uma sobremesa e um suco, mas nunca o mesmo que o outro?

(A) 480 opções.                      (C) 26.880 opções.                      (E) 80.640 opções.  
 (B) 6.720 opções.                      (D) 48.000 opções.

10. Quantas possibilidades de números naturais temos pra  $n$  e  $m$  sabendo que eles satisfazem as seguintes condições:

- $n$  é par e  $m$  é ímpar.
- $n \times m = 100$ .

- (A) 1 possibilidade.                      (C) 3 possibilidades.                      (E) 5 possibilidades.  
 (B) 2 possibilidades.                      (D) 4 possibilidades.

11. Sejam  $m, n$  e  $x$  números reais. Sabendo que  $m + n = 3$  e  $x^n = 6$ , determine um monômio que equivale à expressão  $x^{5m} \cdot x^{7n}$ :

- (A)  $6x^{15}$                       (B)  $36x^3$                       (C)  $36x^{15}$                       (D)  $6x^3$                       (E)  $3x^6$

12. Sabendo que a área do paralelograma ABCD vale  $24\text{cm}^2$ , o lado AD vale  $6\text{cm}$  e a área do triângulo retângulo DCE vale  $6\text{cm}^2$ , então quanto vale o lado CD?



- (A) 3 cm.                                      (C) 12 cm.                                      (E) 24 cm.  
 (B) 5 cm.                                      (D)  $6\sqrt{2}$  cm.

13. Thaís e Heloísa decidem ir à uma livraria comprar os materiais para volta das aulas. Thaís fez as contas e viu que vai pagar R\$ 18,30 comprando 10 canetas coloridas e 1 caderno, já Heloísa vai pagar R\$ 17,60 comprando 2 canetas coloridas e 3 cadernos. Sabendo disso, quanto que custaria comprar 3 canetas colorias e 5 cadernos?

- (A) R\$ 11,80                                      (C) R\$ 21,30                                      (E) R\$ 33,90  
 (B) R\$ 18,40                                      (D) R\$ 28,90

14. **ANULADA** Os atletas Gisele, Roberto e Wagner correm sempre a uma velocidade constante. Em uma corrida de 100 metros, Gisele deu a Roberto uma vantagem de 20 metros e eles chegaram juntos. Em uma corrida de 400 metros, Roberto deu a Wagner uma vantagem de 20 metros e eles chegaram juntos.

Sabendo que o tempo em que Gisele leva para correr 100 metros é igual ao tempo que Roberto leva para correr 400 metros, quantos metros de vantagem Gisele deve dar a Wagner para que eles cheguem juntos em uma corrida de 800 metros?

- (A) 20 metros.                                      (C) 152 metros.                                      (E) 192 metros.  
 (B) 120 metros.                                      (D) 162 metros.

15. Julia é uma estudante muito baixinha do curso de Matemática. Para ela sempre foi fácil calcular a altura de um colega pela posição do Sol e o tamanho da sombra dele. Quando ela conheceu seu amigo Lucas, a sombra dele tinha 3,24 metros e fazia um ângulo de 30 graus com o chão. Sabendo disso, qual é a altura de Lucas? (Considere  $\sqrt{3} = 1,7$ )

(A) 1,700 metros.                      (C) 1,784 metros.                      (E) 1,836 metros.  
(B) 1,722 metros.                      (D) 1,808 metros.

16. Sejam  $a, b, c$  e  $d$  números reais tais que  $a + bc = c - ad$ . Considere

$$k = \left( \frac{1}{1-b} + \frac{c}{a} \right) \cdot (1-b)$$

Qual o valor de  $k$ ?

(A)  $d+2$                       (B)  $2a$                       (C)  $b+1$                       (D)  $1-2c$                       (E)  $ab+1$

17. A pizzaria de Vitinho tem os seguintes tamanhos de pizza: a pequena com raio de 13 cm por 25 reais, a média com raio de 15 cm por 40 reais e grande com raio de 20 cm por 60 reais. Caio, Gabriel e Osmar são estudantes com muita fome e querem comer  $400\pi \text{ cm}^2$  de pizza cada. Para saciar toda sua fome, Caio comprou apenas pizzas pequenas, Gabriel apenas pizzas médias e Osmar apenas pizzas grandes.

Sabendo disso, qual deles gastou menos? E qual deles recebeu, em área, mais pizza?

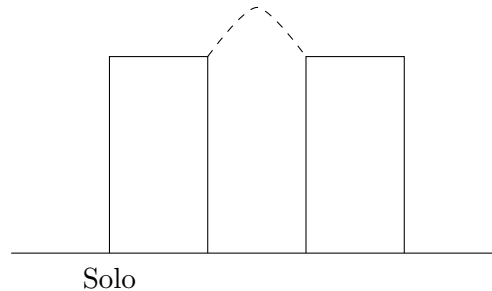
(A) Osmar e Gabriel, respectivamente.  
(B) Gabriel e Caio, respectivamente.  
(C) Osmar e Caio, respectivamente.  
(D) Caio e Gabriel, respectivamente  
(E) Caio e Caio, respectivamente.

18. De segunda à sexta Guilherme vai para a faculdade e encontra pelo menos duas de suas três amigas chamadas Maria, a Maria Eduarda, a Maria Gabriela e a Maria Luiza.

Sabendo que a Maria Eduarda vai todos os dias para a faculdade e que tanto Maria Gabriela quanto Maria Luiza vão em apenas 3 dias da semanas, qual a probabilidade de Guilherme encontrar as 3 Marias na quarta-feira sabendo que a Maria Gabriela já foi na segunda-feira e a Maria Luiza não vai na sexta-feira?

(A) 25%                      (B) 40 %                      (C) 50%                      (D) 75%                      (E) 100 %

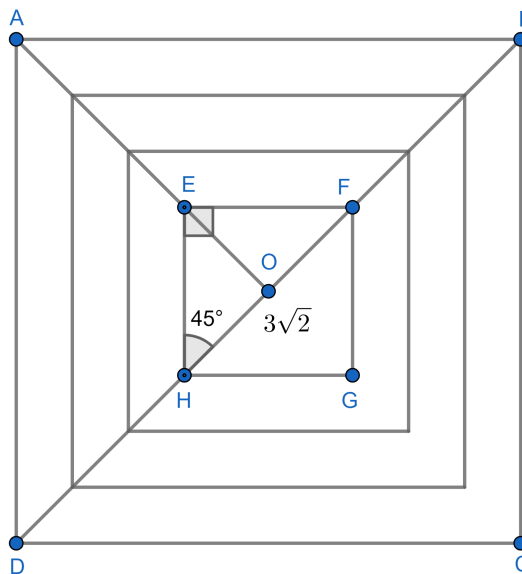
19. No filme "Homem Aranha no Aranhaverso", o personagem Miles Morales deve, com frequência, fazer saltos acrobáticos para perseguir os vilões. Imagine que Miles efetuou um salto entre dois prédios de mesma altura, e a sua trajetória pode ser descrita pela parábola  $h(x) = -x^2 + 7x + 5$ , em que  $h$  corresponde à altura de Miles em relação ao solo e  $x$  sua posição horizontal, de acordo com a figura abaixo:



Sabendo que ambos os prédios possuem 15 metros de altura, a distância horizontal entre eles é de:

- (A) 1 metro. (C) 3 metros. (E) 5 metros.  
 (B) 2 metros. (D) 4 metros.

20. Considere a figura abaixo.



Sabendo que a área do quadrado  $EFGH$  é  $\frac{1}{9}$  da área do quadrado  $ABCD$  e que o segmento  $\overline{FH} = 3\sqrt{2}$ , determine o perímetro do quadrado  $ABCD$ .

- (A) 3. (B) 9. (C) 24. (D) 36. (E) 81.